

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 613.6:621.43

Конечно-элементное моделирование процессов массопереноса загрязнений в производственной среде с учётом завихрений воздушных потоков

Б. Ч. Месхи, А. Н. Соловьёв, Ю. И. Булыгин, Д. А. Корончик
(Донской государственный технический университет)

Исследуется возможность определения полей подвижности воздуха, температур и концентраций вредных веществ на основе конечно-элементного моделирования процессов массопереноса загрязнений в производственной среде с учётом завихрений воздушных потоков.

Ключевые слова: рабочая зона, производственное помещение, концентрация вредных веществ.

Введение. В работе [1] определение полей концентраций вредных веществ, температуры и подвижности воздуха в производственной среде исследуемых помещений осуществлялось на основе моделирования тепломассопереноса для потенциального безвихревого поля. Рассчитанные параметры производственной среды достаточно хорошо согласовывались с экспериментальными данными, полученными в помещениях с невысокой плотностью размещения стационарных источников загрязнения.

Однако у источников загрязнения, где, как правило, размещаются рабочие места операторов и местные вентиляционные отсосы, создаются условия для возникновения турбулентных газозвуковых потоков, которые существенно изменяют картину распределения подвижности воздуха и загрязнений в помещении, что необходимо учитывать в разрабатываемой модели. В рамках подхода, изложенного в [1], задача корректно не решается.

Таким образом, для замкнутых производственных помещений с высокой плотностью размещения источников загрязнений в условиях работы активной вентиляции возникает проблема точного определения полей подвижности воздуха с учётом вихревых движений, точность определения которых влияет на результаты расчёта полей концентраций и температур. Поэтому необходим поиск математических моделей, которые могут описывать исследуемые процессы с высокой точностью.

Обзор и анализ отечественных и зарубежных литературных источников [2, 3, 4], посвящённых процессам массопереноса веществ в замкнутых средах, показал, что реализация метода «вектор завихренности — функция тока» имеет ряд преимуществ. Так, уравнения предлагаемого метода подобны по типу (по математическим свойствам), и их численное решение проще, чем решение уравнения Навье — Стокса.

В работе [4] рассмотрен численный анализ конвекции в прямоугольной области с источником тепла в условиях внутреннего массопереноса и внешнего вынужденного течения (1).

Постановка задачи (1), как и многих других задач вязкой несжимаемой жидкости в переменных (Ψ, Ω) , обладает следующей особенностью. Граничные условия на твёрдой стенке задаются только для функции тока, а не для вихря, который определён лишь внутри области согласно уравнению $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega$. Для преодоления этой трудности используют различные подходы, в частности, применяют приближённые граничные условия для вихря.

В данной работе для вихря на твёрдой стенке ставилось условие Тома, которое получалось из условия прилипания [5].

$$\begin{aligned} \frac{\partial(U\Omega)}{\partial X} + \frac{\partial(V\Omega)}{\partial Y} &= \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} &= -\Omega \\ \frac{\partial(UC)}{\partial X} + \frac{\partial(VC)}{\partial Y} &= \frac{\mu}{Sc} \cdot \left(\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right) + Q \\ U &= \partial \Psi / \partial X \\ -V &= \partial \Psi / \partial Y, \end{aligned} \quad (1)$$

где X, Y — координаты Декартовой системы координат; U, V — составляющие скорости в проекции на оси X, Y соответственно; Ψ — функция тока; Ω — завихрённость скорости; C — концентрация примеси в области решения; Q — источник загрязнения.

Система (1) не может быть решена в общем виде аналитически, для нахождения решения необходимо использовать численные методы, реализация которых возможна в программной среде FlexPDE-6.20.

Постановка задачи. Объект исследования (рис. 1) представляет собой воздушную камеру с входными и выходными воротами и расположенным по центру источником выброса оксида углерода. Скорость газа поступающего в камеру является постоянной в течение всего процесса.

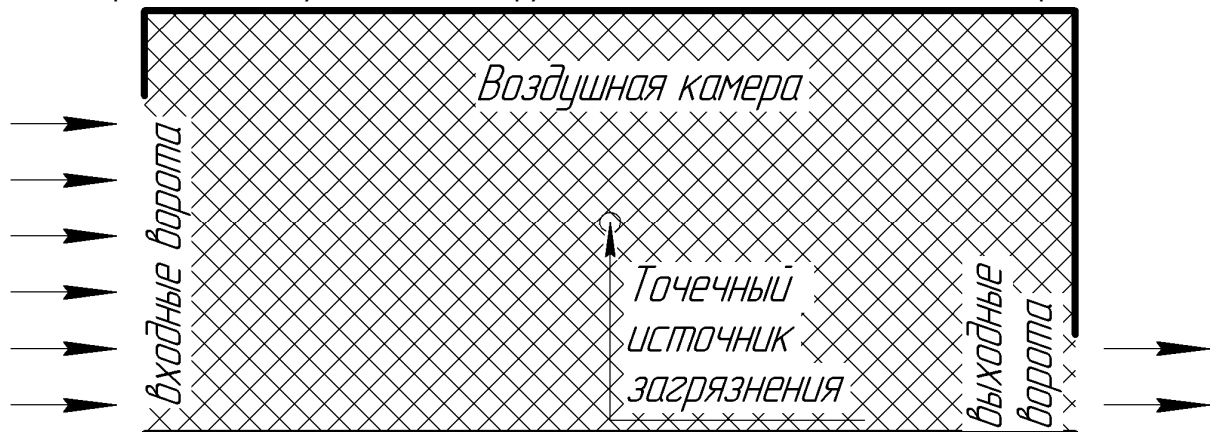


Рис. 1. Воздушная камера с источником загрязнения

Вихревая модель массопереноса вредных веществ. Для универсальности система уравнений (1) была приведена к безразмерному виду, а безразмерные переменные величины приняли следующий вид:

$$\begin{aligned} \tilde{X} = X/L_x, \quad \tilde{Y} = Y/L_x, \quad \tilde{C} = C/C_s, \quad \tilde{U} = U/U_{in}, \quad \tilde{V} = V/U_{in}, \\ \tilde{\Psi} = \psi / (U_{in} \cdot L_x), \quad \tilde{\Omega} = \Omega \cdot L_x / U_{in}, \quad \tilde{Q} = Q \cdot L_x / (C_s \cdot U_{in}), \end{aligned}$$

где \tilde{X}, \tilde{Y} — безразмерные координаты, соответствующие координатам X, Y ; L_x — длина области решения по оси; \tilde{U}, \tilde{V} — безразмерные скорости, соответствующие скоростям U, V ; U_{in} — скорость потока на входе в воздушную камеру; $\tilde{\Psi}$ — безразмерный аналог функции тока; $\tilde{\Omega}$ — безразмерный аналог вектора вихря; \tilde{C} — безразмерная концентрация примеси; C_s — концентрация источника; \tilde{Q} — безразмерный аналог источника.

Для повышения сходимости решаемых уравнений в среде *FlexPDE-6.20* в модель был введён поправочный коэффициент (\sqrt{Re}), который привёл исследуемые величины к одному порядку. Система уравнений (1) приобрела вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\bar{U}\tilde{\Omega})}{\partial\tilde{X}} + \frac{\partial(\bar{V}\tilde{\Omega})}{\partial\tilde{Y}} &= \frac{1}{\sqrt{Re}} \cdot \left(\frac{\partial^2\tilde{\Omega}}{\partial\tilde{X}^2} + \frac{\partial^2\tilde{\Omega}}{\partial\tilde{Y}^2} \right) \\ \frac{\partial^2\bar{\Psi}}{\partial\tilde{X}^2} + \frac{\partial^2\bar{\Psi}}{\partial\tilde{Y}^2} &= -\sqrt{Re} \cdot \tilde{\Omega} \\ \frac{\partial(\bar{U}\tilde{C})}{\partial\tilde{X}} + \frac{\partial(\bar{V}\tilde{C})}{\partial\tilde{Y}} &= \frac{1}{Sc \cdot \sqrt{Re}} \cdot \left(\frac{\partial^2\tilde{C}}{\partial\tilde{X}^2} + \frac{\partial^2\tilde{C}}{\partial\tilde{Y}^2} \right) + \sqrt{Re} \cdot \tilde{Q} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \bar{U} &= \partial\bar{\Psi} / \partial\tilde{X} \\ -\bar{V} &= \partial\bar{\Psi} / \partial\tilde{Y}, \end{aligned}$$

где $\bar{U} = \tilde{U} \cdot \sqrt{Re}$, $\bar{V} = \tilde{V} \cdot \sqrt{Re}$, $\bar{\Psi} = \tilde{\Psi} \cdot \sqrt{Re}$ — скорости и функция тока системы уравнений с поправочным коэффициентом (2).

Граничные условия на входе в воздушную камеру:

$$\bar{\Psi} = \tilde{Y} \cdot \sqrt{Re}, \quad \tilde{\Omega} = 0, \quad \tilde{C} = 0.$$

Граничные условия на выходе:

$$\partial\bar{\Psi} / \partial\tilde{X} = 0, \quad \tilde{\Omega} = 0, \quad \partial\tilde{C} / \partial\tilde{X} = \tilde{Y}_1 / \tilde{Y}_2 \cdot \tilde{C} \cdot Sc \cdot Re.$$

Граничные условия на стенках воздушной камеры [4, 5]:

$$\begin{aligned} \text{нижняя: } \bar{\Psi} &= 0, & \tilde{\Omega} &= \frac{2 \cdot (\bar{\Psi}_0 - \bar{\Psi}_1)}{\sqrt{Re} \cdot \tilde{h}^2}, & \partial\tilde{C} / \partial\tilde{X} &= 0; \\ \text{правая: } \bar{\Psi} &= \tilde{Y}_1 \cdot \sqrt{Re}, & \tilde{\Omega} &= \frac{2 \cdot (\bar{\Psi}_0 - \bar{\Psi}_1)}{\sqrt{Re} \cdot \tilde{h}^2}, & \partial\tilde{C} / \partial\tilde{X} &= 0; \\ \text{верхняя: } \bar{\Psi} &= \tilde{Y}_1 \cdot \sqrt{Re}, & \tilde{\Omega} &= \frac{2 \cdot (\bar{\Psi}_0 - \bar{\Psi}_1)}{\sqrt{Re} \cdot \tilde{h}^2}, & \partial\tilde{C} / \partial\tilde{X} &= 0; \\ \text{левая: } \bar{\Psi} &= \tilde{Y}_1 \cdot \sqrt{Re}, & \tilde{\Omega} &= \frac{2 \cdot (\bar{\Psi}_0 - \bar{\Psi}_1)}{\sqrt{Re} \cdot \tilde{h}^2}, & \partial\tilde{C} / \partial\tilde{X} &= 0, \end{aligned}$$

где $\tilde{\Omega}$ — значение вектора завихрённости на границе; \tilde{h} — безразмерная длина отрезка от граничной точки «0» до ближайшей к границе точки «1» (безразмерная величина приграничного слоя); $\bar{\Psi}_0$ и $\bar{\Psi}_1$ — значения функции тока на граничной точке «0» и приграничной точке «1» соответственно.

Численные решения на основе метода конечных элементов. В рассматриваемой модели присутствует параметр, связанный с формулировкой граничных условий (\tilde{h}). Были произведены расчёты определения диапазона изменения безразмерной величины приграничного слоя ($\tilde{h} = h / L_x$), влияющего на сходимость решения.

На рис. 2 показаны результаты расчётов исследуемых параметров (функция тока, вектор завихрённости, скорости и концентрация) при значении приграничного слоя $\tilde{h} = 0,01 \cdot \tilde{L}$, где $\tilde{L} = 1$ — безразмерная длина камеры.

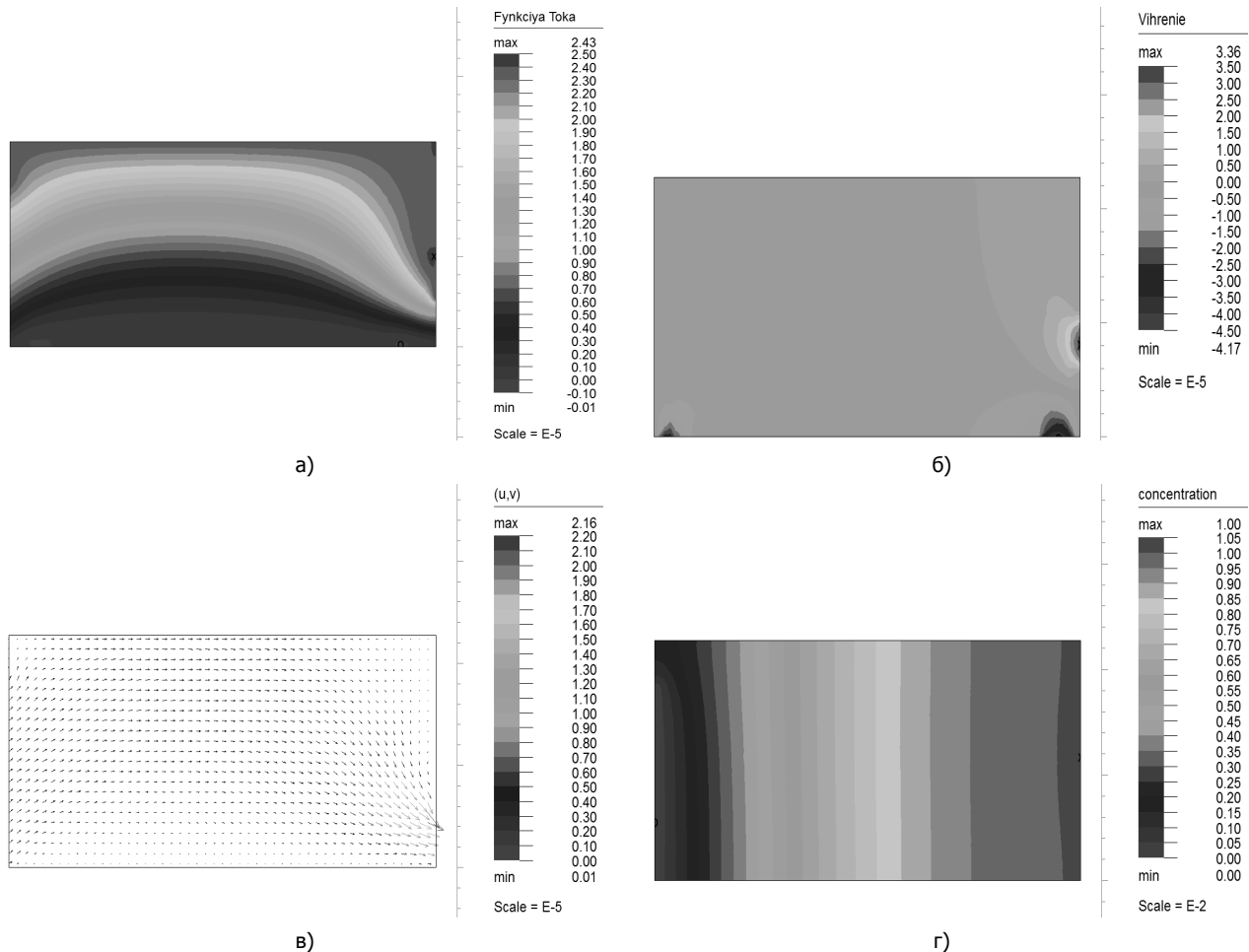


Рис. 2. Результаты расчётов функции тока (а), вектора завихрённости (б), скорости (в) и концентрации (г) при значении приграничного слоя $\tilde{h} = 0,01 \cdot \tilde{L}$, где $\tilde{L} = 1$ — безразмерная длина камеры

На рис. 3 показаны результаты расчётов исследуемых параметров при значении пограничного слоя $\tilde{h} = 0,001 \cdot \tilde{L}$.

Таким образом, определена величина \tilde{h} , при которой система устойчива (рис. 2), и, как видно из рис. 3, а, уменьшение величины \tilde{h} приводит к невозможности получить сходимость решения.

В математической модели также менялась величина входной скорости. Диапазон значений скорости U_{in} (от 0,1 м/с до 0,6 м/с) был принят в соответствии с санитарно-гигиеническими нормативами. Однако сходимость решения при данных параметрах скорости не наблюдалась.

Сходимость наблюдалась в диапазоне скоростей (рис. 4), значительно ниже реальных величин ($U_{in} = 10^{-4}$ м/с и менее).

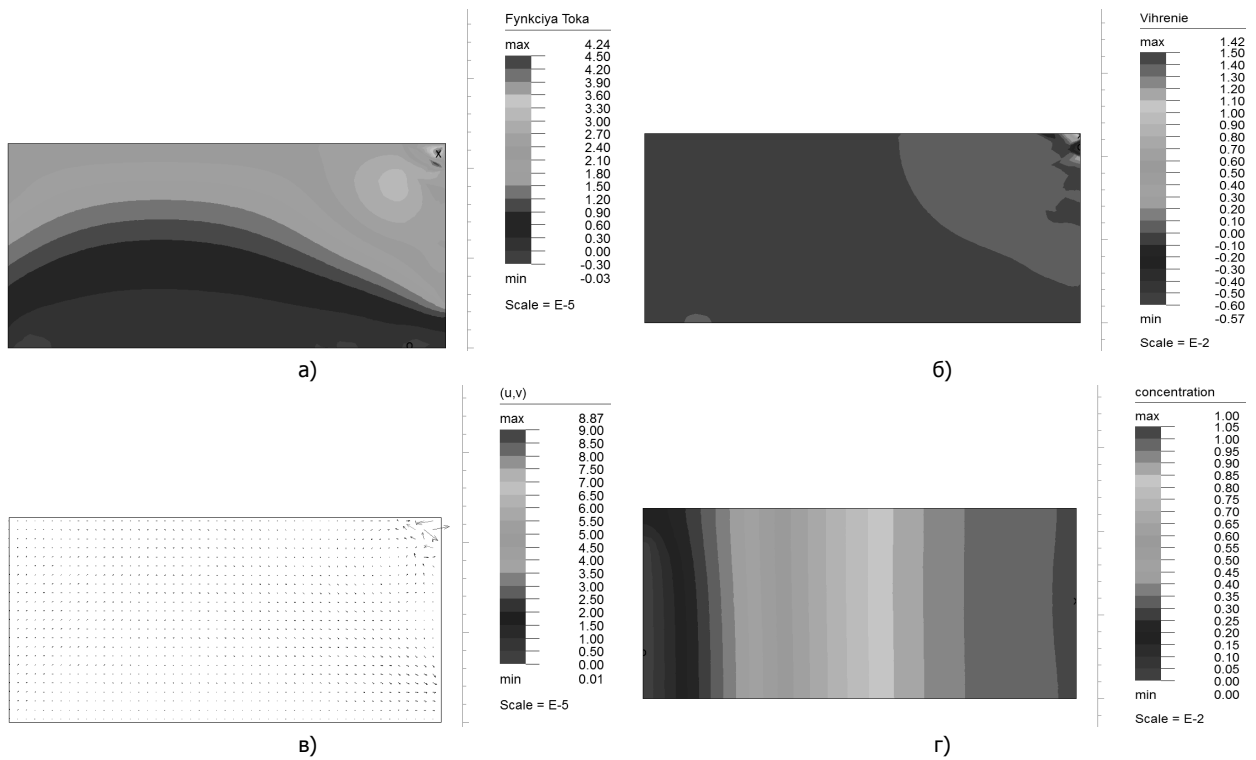


Рис. 3. Результаты расчётов во FlexPDE функции тока (а), вектора завихрённости (б), скорости (в) и концентрации (г) при значении пограничного слоя $\tilde{h} = 0,001 \cdot \tilde{L}$

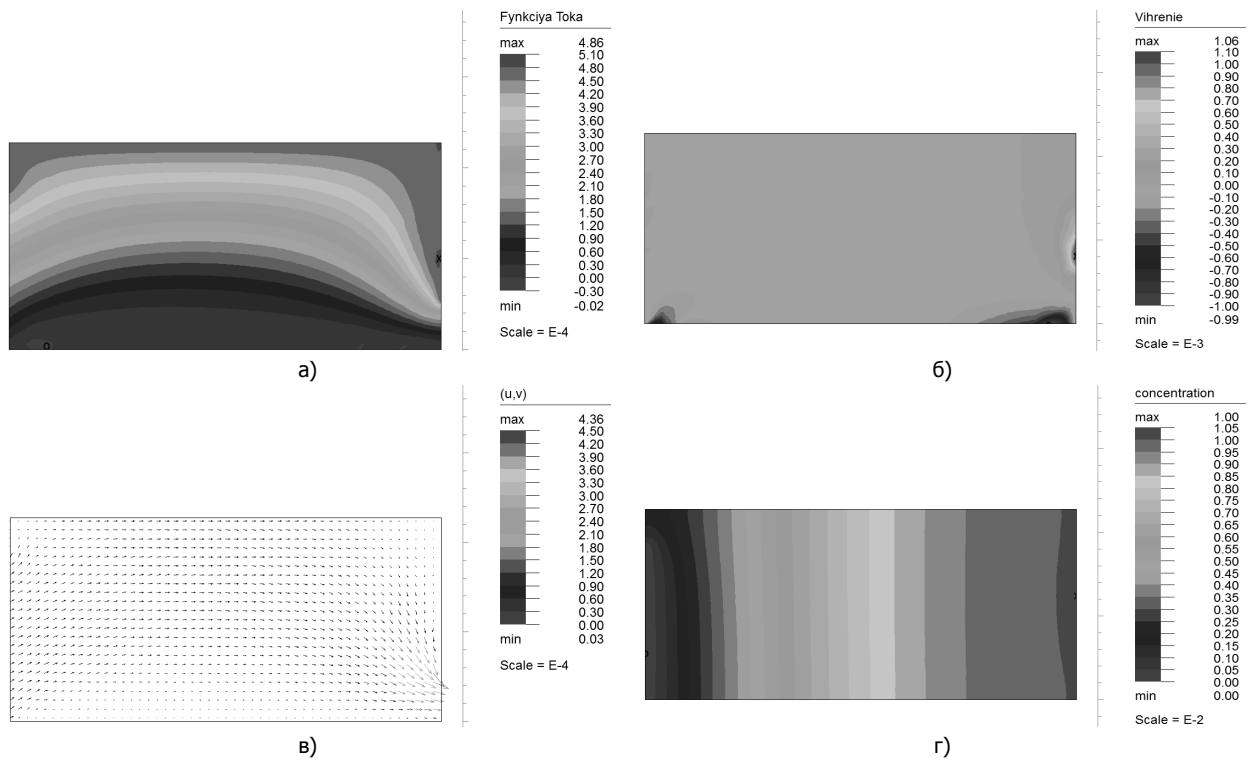


Рис. 4. Результаты расчётов во FlexPDE функции тока (а), вектора завихрённости (б), скорости (в) и концентрации (г) при $U_{in} = 10^{-4}$ м/с

Заключение.

1. Проведённые численные эксперименты доказали, что решение исследуемых уравнений в диапазоне нормированных скоростей неустойчиво.

2. Необходим переход к более производительной программной среде, например ANSYS или Solid works.

Библиографический список

1. Маслов, Е. И. Математическое и экспериментальное моделирование процессов распространения оксидов углерода и избытков теплоты в газовой среде помещения / Е. И. Маслов, Б. Ч. Месхи, А. Н. Соловьёв, Ю. И. Булыгин, Д. А. Корончик // Вестн. Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11. — № 6 (57). — С. 862—874.

2. Ясинский, Ф. Н. О решении уравнения Навье — Стокса в переменных «функция тока — вихрь» на многопроцессорной вычислительной машине с использованием системы CUDA / Ф. Н. Ясинский, А. В. Евсеев // Вестн. Иванов. гос. энергетич. ун-та. — 2010. — Вып. 3. — С. 73—75.

3. ScienceDirect — the world's leading full-text scientific database. Access mode: <http://www.sciencedirect.com/> (date of access 01.03.2012).

4. Шеремет, М. А. Математическое моделирование нестационарных режимов переноса в элементе электронной техники / М. А. Шеремет, Н. И. Шишкин // Вестн. Том. гос. ун-та. — 2011. — Т. 3. — № 2. — С. 124—131.

5. Гадияк, Г. В. Конвекция и перенос тепла в жидкости при пониженной гравитации и учёте термокапиллярных эффектов / Г. В. Гадияк, Е. А. Чеблатова // Вычислительные технологии. — 1999. — Т. 4. — № 5. — С. 10—23.

Материал поступил в редакцию 04.07.2012.

References

1. Maslov, E. I. Matematicheskoe i e`ksperimental`noe modelirovanie processov rasprostraneniya oksidov ugleroda i izby`tkov teploty` v gazovozdushnoj srede pomeshheniya / E. I. Maslov, B. Ch. Mesxi, A. N. Solov`yov, Yu. I. Buly`gin, D. A. Koronchik // Vestn. Don. gos. texn. un-ta. — 2011. — T. 11. — № 6 (57). — S. 862—874. — In Russian.

2. Yasinskij, F. N. O reshenii uravneniya Nav`e — Stoksa v peremenny`x «funkciya toka — vixr`» na mnogoprocessornoj vy`chislitel`noj mashine s ispol`zovaniem sistemy` CUDA / F. N. Yasinskij, A. V. Evseev // Vestn. Ivanov. gos. e`nergetich. un-ta. — 2010. — Vy`p. 3. — S. 73—75. — In Russian.

3. ScienceDirect — the world's leading full-text scientific database. Access mode: <http://www.sciencedirect.com/> (date of access 01.03.2012).

4. Sheremet, M. A. Matematicheskoe modelirovanie nestacionarny`x rezhimov teplomassopere-nosa v e`lemente e`lektronnoj texniki / M. A. Sheremet, N. I. Shishkin // Vestn. Tom. gos. un-ta. — 2011. — T. 3. — № 2. — S. 124—131. — In Russian.

5. Gadiyak, G. V. Konvekciya i perenos tepla v zhidkosti pri ponizhennoj gravitacii i uchote termokapillyarny`x e`ffektov / G. V. Gadiyak, E. A. Cheblatova // Vy`chislitel`ny`e texnologii. — 1999. — T. 4. — № 5. — S. 10—23. — In Russian.

**FINITE-ELEMENT MODELING OF CONTAMINATION MASS TRANSFER PROCESSES
IN TECHNOLOGICAL ENVIRONMENT WITH REGARD TO AIRFLOW TURBULENCE**

B. C. Meskhi, A. N. Solovyev, Y. I. Bulygin, D. A. Koronchik

(Don State Technical University)

The possibility of determining the air motion fields, temperatures, and the concentrations of harmful substances, based on the finite-element simulation of the pollution mass transfer processes in the occupational environment with regard to the air flow turbulence is studied.

Keywords: *working area, production area, concentration of harmful substances.*