

УДК 621.95.08:51-74

ВЛИЯНИЕ СКОРОСТНЫХ СВЯЗЕЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ РЕЗАНИЯ

В.Л. ЗАКОВОРОТНЫЙ, ФАМ ДИНЬ ТУНГ, НГУЕН СУАН ТЪЕМ

(Донской государственный технический университет)

Рассматривается проблема потери устойчивости динамической системы резания. Основное внимание уделяется влиянию запаздывающего аргумента, формируемого в зависимостях сил резания от упругих деформационных смещений инструмента относительно заготовки. Раскрываются механизмы потери устойчивости и анализируются области устойчивости в плоскости варьируемых параметров, характеризующих запаздывающие аргументы.

Ключевые слова: процесс резания, устойчивость, скоростная связь.

Введение. Существует два основных механизма потери устойчивости динамической системы резания. Один связан с непотенциальностью позиционных сил, формируемых процессом резания. В этом случае на устойчивость системы влияют формируемые естественным образом циркуляционные силы, связанные с кососимметричными суммарными матрицами упругости подсистемы инструмента и процесса резания. Второй обусловлен влиянием матрицы скоростных коэффициентов в динамической связи, формируемой процессом резания. Скоростные коэффициенты формируются в результате двух принципиально различных факторов. Во-первых, они зависят от запаздывающих аргументов изменения сил от координат упругих деформационных смещений. Запаздывающие аргументы имеют двоякую природу: запаздывание сил от деформационных смещений, формируемых в области первичной пластической деформации; дисбаланс сил в области первичной пластической деформации и сил, формируемых в области вторичной пластической деформации, что вызывает переходные процессы в области вторичной пластической деформации, направленные на уравнивание указанных сил. Поэтому запаздывание силы F_2 характеризуется меньшим временем запаздывания по отношению к силе F_1 [1 – 3]. Запаздывание сил F_1 по отношению к силам F_2 отмечается во всех известных экспериментальных исследованиях. Во-вторых, они связаны с существованием участков с падающими зависимостями сил от скоростей. Необходимо учитывать, что падающие участки скоростной зависимости сил обусловлены действием так называемого температурно-скоростного фактора, учитывающего, с одной стороны, влияние скорости на производство тепла, с другой – влияние температуры на физико-механические характеристики материала в зоне резания.

Постановка задачи. Если ограничиться формальными представлениями не раскрывая механизмы формирования матриц скоростных коэффициентов, необходимо проанализировать влияние матриц скоростных коэффициентов на устойчивость точки равновесия системы. Для этого обратимся к базовой динамической модели процесса резания, обоснование которой было дано ранее в [1]:

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} + h \frac{dX}{dt} + cX = F \left(X, \frac{dX}{dt}, a, b \right), \quad (1)$$

где X – упругие деформационные смещения вершины инструмента относительно ее координаты без процесса резания, $X = \{X_1, X_2\}^T$; $F \left(X, \frac{dX}{dt}, a, b \right)$ – вектор-функции, характеризующие динамическую связь, формируемую процессом резания, $F \left(X, \frac{dX}{dt}, a, b \right) = \left\{ F_1 \left(X, \frac{dX}{dt}, a, b \right), F_2 \left(X, \frac{dX}{dt}, a, b \right) \right\}^T$; a, b – толщина и ширина срезаемого

слоя, зависящие от величины подачи на оборот и глубины резания при заданных геометрических параметрах инструмента соответственно; m , h , c – матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов подсистемы инструмента без процесса резания соответственно,

$$m = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}, h = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} \\ h_{1,2} & h_{2,2} \end{bmatrix}, c = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} \end{bmatrix}.$$

Матрицы m , h и c симметричные и положительно определенные. Следовательно, при $F\left(X, \frac{dX}{dt}, a, b\right) = 0$ система (1) имеет единственную точку равновесия $X^* = \{0, 0\}^T$, которая является асимптотически устойчивой. Необходимо выяснить, при каких условиях равновесие системы (1) является асимптотически устойчивым. Для этого необходимо проанализировать уравнение в вариациях относительно точки равновесия $X^* = \{X_1^*, X_2^*\}^T$, определяемой из системы (1) для установившегося состояния

$$cX^* = F(X^*, 0, a, b). \quad (2)$$

Таким образом, точка равновесия в динамической системе резания при заданной геометрии инструмента и матрице упругости c зависит от технологических режимов, которые определяют параметры a и b .

Уравнение в вариациях относительно точки равновесия $X^* = \{X_1^*, X_2^*\}^T$ для малых отклонений $x(t) = X(t) - X^*$ в линеаризованном представлении получаем из (1) с учетом (2)

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h_{\Sigma} \frac{dx}{dt} + c_{\Sigma}x = 0, \quad (3)$$

$$\text{где } c_{\Sigma} = \begin{bmatrix} c_{1,1} - \frac{\partial \phi_1}{\partial x_1} & c_{2,1} - \frac{\partial \phi_1}{\partial x_2} \\ c_{1,2} - \frac{\partial \phi_2}{\partial x_1} & c_{2,2} - \frac{\partial \phi_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}, h_{\Sigma} = \begin{bmatrix} h_{1,1} - \frac{\partial \phi_1}{\partial \dot{x}_1} & h_{2,1} - \frac{\partial \phi_1}{\partial \dot{x}_2} \\ h_{1,2} - \frac{\partial \phi_2}{\partial \dot{x}_1} & h_{2,2} - \frac{\partial \phi_2}{\partial \dot{x}_2} \end{bmatrix}, \phi(x) = F(X, dX/dt, a, b) - F(X^*, 0, a, b).$$

В дальнейшем коэффициенты влияния линеаризованных реакций со стороны процесса резания обозначим $c^{(p)} = [c_{s,k}^{(p)}] = [\partial \phi_s / \partial x_k]$, $s, k = 1, 2$; $h^{(p)} = [h_{s,k}^{(p)}] = [\partial \phi_s / \partial \dot{x}_k]$, $s, k = 1, 2$. Это матрицы динамической жесткости и скоростных коэффициентов процесса резания. Влияние на устойчивость матриц $c^{(p)} = [c_{s,k}^{(p)}] = [\partial \phi_s / \partial x_k]$, $s, k = 1, 2$ изучено ранее. Изучим влияние на устойчивость матриц $h^{(p)} = [h_{s,k}^{(p)}] = [\partial \phi_s / \partial \dot{x}_k]$, $s, k = 1, 2$.

Механизмы потери устойчивости равновесия за счет скоростных коэффициентов. Так как матрицы h_{Σ} и c_{Σ} , учитывающие реакцию со стороны процесса резания, уже не являются симметричными, то их можно представить в виде сумм симметричных и кососимметричных составляющих $h_{\Sigma} = h_{\Sigma}^{(C)} + h_{\Sigma}^{(K)}$ и $c_{\Sigma} = c_{\Sigma}^{(C)} + c_{\Sigma}^{(K)}$. Для выяснения механизмов потери устойчивости за счет матриц скоростных коэффициентов h_{Σ} можно использовать следующий алгоритм анализа:

– вначале проанализируем механизм потери устойчивости рассматриваемой системы в предположении, что матрица c_{Σ} является симметричной и положительно определенной;

– затем выясним влияние на устойчивость несимметричных составляющих матриц h_{Σ} и c_{Σ} , которые формируют дополнительные взаимные связи, способные приводить к потере устойчивости равновесия системы.

Изучим условия потери устойчивости за счет вариации параметров $h_{\Sigma}^{(c)}$. Система в вариациях относительно точки равновесия в предположении, что $c_{\Sigma}^{(k)} = 0$, имеет вид

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + h_{\Sigma}^{(c)} \frac{dx}{dt} + c_{\Sigma}^{(c)} x + h_{\Sigma}^{(k)} \frac{dx}{dt} = 0. \quad (4)$$

Известно, что при условии, когда матрицы $c_{\Sigma}^{(c)}$ и m являются симметричными и положительно определенными, система имеет устойчивую, согласно Ляпунову, точку равновесия. Добавление к системе связей, формируемых матрицей $h_{\Sigma}^{(c)}$, преобразует устойчивую по Ляпунову систему в асимптотически устойчивую при условии, что матрица $h_{\Sigma}^{(c)}$ является положительно определенной. Известно, что в этом случае система имеет полную диссипацию [4]. Поэтому необходимым условием устойчивости равновесия системы является положительная определенность матрицы $h_{\Sigma}^{(c)}$. Пусть задана матрица h_{Σ}

$$h_{\Sigma} = \begin{bmatrix} [h_{1,1} + h_{1,1}^{(p)}] & [h_{2,1} + h_{2,1}^{(p)}] \\ [h_{1,2} + h_{1,2}^{(p)}] & [h_{2,2} + h_{2,2}^{(p)}] \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где h – матрица демпфирования подсистемы инструмента, $h = \begin{bmatrix} [h_{1,1}] & [h_{2,1}] \\ [h_{1,2}] & [h_{2,2}] \end{bmatrix}$; $h^{(p)}$ – матрица скоростных коэффициентов, формируемая процессом резания, $h^{(p)} = \begin{bmatrix} [h_{1,1}^{(p)}] & [h_{2,1}^{(p)}] \\ [h_{1,2}^{(p)}] & [h_{2,2}^{(p)}] \end{bmatrix}$.

Получаем условие положительной определенности $h_{\Sigma}^{(c)}$

$$(h_{1,1} + h_{1,1}^{(p)})(h_{2,2} + h_{2,2}^{(p)}) - [h_{1,2} + 0,5(h_{1,2}^{(p)} + h_{2,1}^{(p)})]^2 > 0. \quad (6)$$

При этом не принимается во внимание матрица $h_{\Sigma}^{(k)} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5(h_{2,1}^{(p)} - h_{1,2}^{(p)}) \\ -0,5(h_{2,1}^{(p)} - h_{1,2}^{(p)}) & 0 \end{bmatrix}$ в (5).

Однако еще Кельвином и Тетом доказано [4], что гироскопические силы, формируемые матрицей $h_{\Sigma}^{(k)}$, лишь улучшают асимптотическую устойчивость системы при выполнении условия (6). Ими же доказано, что если условие (6) не выполняется, то гироскопические силы не могут стабилизировать равновесие системы. Поэтому условие (6) для системы (4) является также достаточным для обеспечения асимптотической устойчивости системы резания.

Например, если рассматривается процесс резания, у которого отношение величины подачи на оборот к глубине резания (отношение толщины срезаемого слоя к его ширине) есть величина малая, то условие (6) определяется выражением

$$\left(h_{1,1} - T_1 \frac{\partial F_1}{\partial x_1} \right) \left(h_{2,2} - \frac{\partial F_2}{\partial x_2} \right) - \left(h_{1,2} - 0,5 T_2 \frac{\partial F_2}{\partial x_1} \right)^2 > 0, \quad (7)$$

где T_1 – запаздывающий аргумент, определяющий запаздывание, формируемое в области первичной пластической деформации; T_2 – запаздывающий аргумент, определяющий запаздывание вариаций сил в области первичной и вторичной пластической деформаций; $\frac{\partial F_2}{\partial x_2}$ – ко-

эффициент, определяющий приращение тангенциальной силы, обусловленное приращением скорости резания при тангенциальных колебаниях инструмента относительно заготовки.

Анализ (7) показывает, что за счет матрицы скоростных коэффициентов, формируемой динамической связью, образованной процессом резания, существует множество сценариев, при которых эта система может потерять устойчивость, во-первых, при увеличении коэффициента

$\frac{\partial F_2}{\partial \dot{x}_2}$. Этот вопрос проанализирован в работах [5 – 7]. В скалярных моделях этот механизм потери устойчивости приводит к анализу уравнений Ван дер Поля или Рэля, которые использовались для объяснения формирования автоколебаний при резании в работах [5 – 7]. Во-вторых, система резания может потерять устойчивость при увеличении коэффициента $T_1 \frac{\partial F_1}{\partial x_1}$, зависящего как от соответствующего коэффициента матрицы жесткости процесса резания, так и от величины запаздывания T_1 . Этот механизм согласуется с данными В.А. Кудинова и его учеников [8]. Однако в отличие от этих работ анализ (7) показывает, что увеличение запаздывающего аргумента влияет на устойчивость не столь однозначно, так как при увеличении T_1 возрастает и величина T_2 .

При этом необходимо учитывать, что в динамических системах резания обычно выполняется условие $\frac{\partial F_2}{\partial x_2} \gg \frac{\partial F_1}{\partial x_1}$. Кроме этого, все модели потери устойчивости, основанные на гистерезисных свойствах изменения сил при внедрении инструмента в заготовку и при его выходе, фактически рассматривают пространственное запаздывание [9 – 11]. Поэтому при заданной частоте его можно учесть и на основе временного запаздывания. Приведенный анализ показывает, что рассмотрение механизмов потери устойчивости на основе выполненных исследований, опирающихся на фундаментальные представления механики, позволяет не только учесть все известные механизмы потери устойчивости, но и существенно их дополнить.

Проанализируем возможность потери устойчивости процесса резания в результате связи между циркуляционными силами и матрицей скоростных коэффициентов. Выполненные выше рассуждения предполагали, что $c_{\Sigma}^{(k)} = 0$. Теперь учтем, что $c_{\Sigma}^{(k)} \neq 0$. Проанализируем систему

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + h_{\Sigma}^{(c)} \frac{dx}{dt} + c_{\Sigma}^{(c)} x + h_{\Sigma}^{(k)} \frac{dx}{dt} + c_{\Sigma}^{(k)} x = 0, \quad (8)$$

для которой выпишем характеристический полином в виде

$$\Delta(p) = P(p) + 0,5(h_{2,1}^{(P)} - h_{1,2}^{(P)})(\delta c)p + 0,25(\delta c)^2, \quad (9)$$

где $P(p)$ – характеристический полином системы, т. е. системы без циркуляционных сил,

$$P(p) = (m_1 p^2 + h_{1,1,\Sigma} p + c_{1,1,\Sigma})(m_2 p^2 + h_{2,2,\Sigma} p + c_{2,2,\Sigma}) - (h_{2,1,\Sigma} h_{1,2,\Sigma}) p^2 - 0,5(h_{2,1,\Sigma} + h_{1,2,\Sigma})(c_{2,1,\Sigma} + c_{1,2,\Sigma}) p - 0,25(c_{2,1,\Sigma} + c_{1,2,\Sigma})^2; \delta - \text{коэффициент жесткости, характеризующий асимметрию матрицы жесткости системы резания, } \delta c = c_{2,1,\Sigma} - c_{1,2,\Sigma} = c_{2,1}^{(P)} - c_{1,2}^{(P)}.$$

В (9) учтено, что в подсистеме инструмента матрица m является диагональной, а матрицы $h = [h_{s,k}], s, k = 1, 2$ и $c = [c_{s,k}], s, k = 1, 2$ симметричны. Кроме этого, матрицы $h_{\Sigma}^{(c)} = [h_{s,k,\Sigma}^{(c)}], s, k = 1, 2$, $c_{\Sigma}^{(c)} = [c_{s,k,\Sigma}^{(c)}], s, k = 1, 2$ – положительно определены. Гироскопические члены, формируемые кососимметричными составляющими матрицы скоростных коэффициентов, лишь улучшают асимптотическую устойчивость системы, поэтому можно утверждать, что все корни характеристического полинома $P(p)$ расположены в левой комплексной полуплоскости. Поэтому для определения устойчивости системы (8) необходимо выяснить преобразование корней за счет члена $0,5(h_{2,1}^{(P)} - h_{1,2}^{(P)})(\delta c)p + 0,25(\delta c)^2$. Для этого удобно воспользоваться критерием устойчивости Михайлова [5]

$$H(j\omega) = P(j\omega) + 0,5(h_{2,1}^{(P)} - h_{1,2}^{(P)})(\delta c)j\omega + 0,25(\delta c)^2.$$

Годограф Михайлова системы (8) $P(j\omega)$ преобразуется в годограф $H(j\omega)$ системы (8) за счет члена $0,5(h_{2,1}^{(P)} - h_{1,2}^{(P)})(\delta c)j\omega + 0,25(\delta c)^2$ (рис. 1). На приведенной иллюстрации характер преобразования годографа Михайлова принципиально зависит от знаков и величин параметров $h_{2,1}^{(P)} - h_{1,2}^{(P)}$ и δc . Если гироскопические члены отсутствуют ($h_{2,1}^{(P)} - h_{1,2}^{(P)} = 0$), то исходный годограф смещается, как показано на рис. 1 пунктиром. Если параметры $h_{2,1}^{(P)} - h_{1,2}^{(P)}$ и δc имеют различные знаки, то гироскопические члены совместно с циркуляционными лишь ухудшают устойчивость равновесия. В этом случае годограф $P(j\omega)$ преобразуется в годограф $H_2(j\omega)$. Если параметры $h_{2,1}^{(P)} - h_{1,2}^{(P)}$ и δc имеют одинаковые знаки, то гироскопические члены могут стабилизировать равновесия системы, если точка равновесия потеряла устойчивость из-за циркуляционных членов. В этом случае годограф $P(j\omega)$ преобразуется в годограф $H_1(j\omega)$.

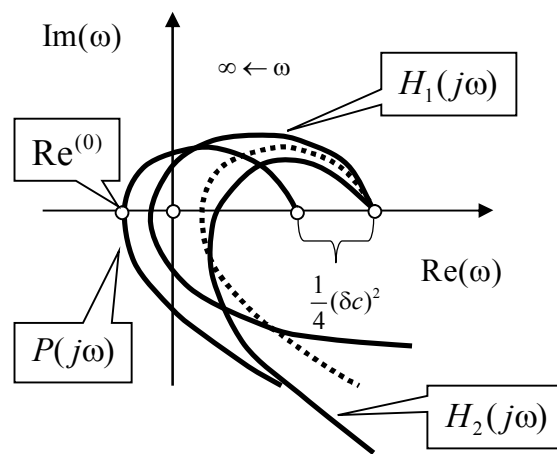


Рис. 1. Преобразование годографа Михайлова $P(j\omega)$ в годограф $H(j\omega)$

Раскроем смысл асимметрии матриц скоростных коэффициентов и матриц упругости со стороны процесса резания. Коэффициент $h_{1,2}^{(P)} = -T_2 c_{1,2}^{(P)}$ обычно является отрицательным и значительно превышает $h_{2,1}^{(P)}$. Поэтому для традиционной схемы процесса резания можно принять, что $h_{2,1}^{(P)} - h_{1,2}^{(P)} > 0$. Коэффициент $\delta c = c_{2,1}^{(P)} - c_{1,2}^{(P)} < 0$, так как $c_{1,2}^{(P)} > 0$ и $c_{2,1}^{(P)} < c_{1,2}^{(P)}$. Это связано с тем, что $c_{1,2}^{(P)}$ определяется отношением приращения тангенциальной силы к смещению инструмента в нормальном направлении. Что касается коэффициента $c_{2,1}^{(P)}$, то он характеризует приращение нормальной силы к тангенциальным смещениям. Таким образом, характерный для резания случай соответствует различным знакам при коэффициентах $h_{2,1}^{(P)} - h_{1,2}^{(P)}$ и δc . В этом случае формирование гироскопической связи совместно со связью, формирующей циркуляционные силы, лишь ухудшает устойчивость системы.

Важно подчеркнуть, что формирование циркуляционных и гироскопических сил взаимосвязано. Кроме этого, коэффициент $c_{1,1}^{(P)}$ матрицы жесткости процесса резания влияет на коэффициент $h_{1,1,\Sigma}$ матрицы скоростных коэффициентов.

Анализ областей устойчивости в плоскости варьируемых параметров динамической характеристики процесса резания. Для оценки влияния матрицы скоростных коэффициентов на устойчивость системы удобно воспользоваться методом D-разбиения. Рассмотрим преобразо-

вание областей устойчивости динамической системы резания для наиболее важного случая, когда изгибными деформационными смещениями инструмента, а также зависимостью сил от вариаций скорости резания можно пренебречь. Кроме этого, примем во внимание, что запаздывание T_2 изменения сил, действующих в тангенциальном направлении, меньше, чем запаздывание T_1 в нормальном направлении, т. е. $T_1 > T_2$. В этом случае матрицы жесткости и скоростных коэффициентов в развернутом виде соответственно равны:

$$h_{\Sigma} = \begin{bmatrix} h_{1,1} - c_{1,1}^{(P)}T_1 & h_{2,1} \\ h_{1,2} - c_{1,2}^{(P)}T_2 & h_{2,2} \end{bmatrix}; \quad c_{\Sigma} = \begin{bmatrix} c_{1,1} + c_{1,1}^{(P)} & c_{2,1} \\ c_{1,2} + c_{1,2}^{(P)} & c_{2,2} \end{bmatrix}.$$

При $T_1 = T_2 = 0$ области устойчивости проанализированы [1]. Выясним изменения областей за счет параметров T_1 и T_2 . Характеристический полином системы в этом случае можно представить в виде

$$\Delta(p) = (mp^2 + h_{1,1}p + c_{1,1} + c_{1,1}^{(P)})(mp^2 + h_{2,2}p + c_{2,2}) - (h_{1,2}p + c_{1,2} + c_{1,2}^{(P)})(h_{2,1}p + c_{2,1}) - [T_1c_{1,1}^{(P)}p(mp^2 + h_{2,2}p + c_{2,2}) + T_2c_{1,2}^{(P)}p(h_{2,1}p + c_{2,1})]. \quad (10)$$

Тогда в плоскости двух варьируемых параметров T_1 и T_2 уравнение фигуративной линии будет иметь вид

$$\begin{cases} (-c_{1,1}^{(P)}h_{2,2}\omega^2)T_1 + (-c_{1,2}^{(P)}h_{2,1}\omega^2)T_2 = \\ = m^2\omega^4 - [m(c_{1,1}^{(P)} + c_{1,1} + c_{2,2}) + h_{1,1}h_{2,2} - h_{1,2}^2]\omega^2 + (c_{1,1} + c_{1,1}^{(P)})c_{2,2} - (c_{1,2} + c_{1,2}^{(P)})c_{2,1}, \\ (c_{1,1}^{(P)}c_{2,2}\omega - c_{1,1}^{(P)}m\omega^3)T_1 + (c_{1,2}^{(P)}c_{2,1}\omega)T_2 = \\ = \omega[h_{2,2}(c_{1,1} + c_{1,1}^{(P)}) + h_{1,1}c_{2,2} - 2h_{2,1}c_{1,2} - h_{2,1}c_{1,2}^{(P)}] - m(h_{1,1} + h_{2,2})\omega^3. \end{cases} \quad (11)$$

Рассмотрим примеры преобразования областей устойчивости при изменении параметров T_1 и T_2 (рис. 2) для системы, параметры подсистемы инструмента которой приведены в таблице. Диаграммы соответствуют устойчивой системе при $T_1 = T_2 = 0$ и $c_{2,1}^{(P)} = c_{2,2}^{(P)} = 0$. Однако в зависимости от параметров T_1 и T_2 система может потерять устойчивость.

Параметры исходной системы без резания

$m, \text{кг} \cdot \text{с}^2 / \text{мм}$	$h, \text{кг} \cdot \text{с} / \text{мм}$	$c, \text{кг} / \text{мм}$
$\begin{bmatrix} 10^{-3} & 0 \\ 0 & 10^{-3} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,1 & 0,14 \\ 0,14 & 0,4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2000 & -800 \\ -800 & 1000 \end{bmatrix}$

Фигуративная линия представляет собой петлеобразную кривую, принципиально разбивающую плоскость T_1 и T_2 на три области. Устойчивая область обозначена на рис. 2. Во всех остальных областях система неустойчива, причем в области петли характеристический полином системы имеет на четыре корня с положительной вещественной частью больше, чем в области устойчивости, в остальной части – на два корня. Таким образом, потеря устойчивости системы имеет колебательный характер.

Когда в подсистеме инструмента деформационным смещениям в направлении X_2 дополнительно соответствуют изгибные деформации инструмента, в матрице динамической жесткости процесса резания значимыми являются коэффициенты второго столбца, т. е. $c_{2,1}^{(P)}$ и $c_{2,2}^{(P)}$, а по мере изменения этих коэффициентов наблюдается сужение области устойчивости (рис. 2). Направление изменения фигуративных линий показано стрелками. В данном случае учитывается, что постоянные времени, определяющие запаздывание сил по отношению к деформационным смеще-

ниям инструмента относительно заготовки, для составляющих сил F_1 и F_2 различны. Если полагать, как это предложено в работе [8], что $T_1 = T_2 = T$, то предельные значения T определяются по прямой (на рис. 2 пунктирная линия).

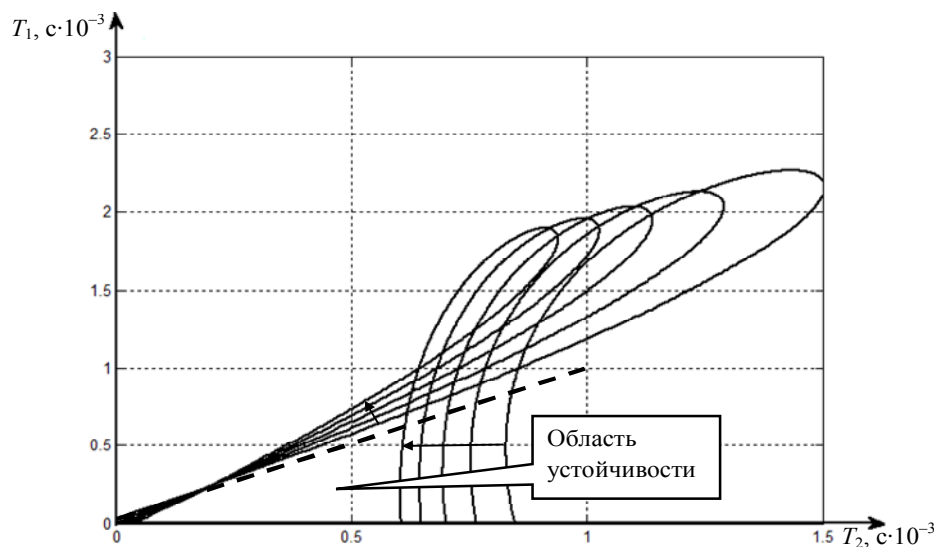


Рис. 2. Область устойчивости в плоскости T_1, T_2
при значениях $C_{2,1}^p = [0, -100, -200, -300, -400]$, кг/мм;

$$C_{2,2}^p = [0, -20, -40, -60, -80], \text{ кг/мм}; C_{1,2}^p = 1000, \text{ кг/мм}; C_{1,2}^p = 500, \text{ кг/мм}$$

На области устойчивости в плоскости параметров T_1 и T_2 оказывают влияние и коэффициенты первого столбца матрицы динамической жесткости процесса резания. В связи с этим рассмотрим также преобразование областей устойчивости по мере изменения коэффициентов $c_{1,1}^{(p)}$ и $c_{1,2}^{(p)}$ для случая, когда изгибные деформационные смещения инструмента отсутствуют (рис. 3). Точечными прямыми показаны направления изменения параметров T_1 и T_2 , имеющие постоянное соотношение между собой, $T_1 = kT_2, k = 1, 2, 3$ (рис. 3). В динамических системах резания всегда выполняется условие $k \geq 1$. Очевидно, что при неизменных значениях T_2 по мере увеличения T_1 тенденция системы к потере устойчивости возрастает. Так как по мере увеличения T_2 возрастает асимметрия матриц скоростных коэффициентов, следовательно возрастают и кососимметричные составляющие этой матрицы, формирующие, как известно, гироскопические силы. Увеличение гироскопических сил не должно вызывать потерю устойчивости системы. Однако в динамических системах резания увеличение T_2 происходит при одновременном возрастании T_1 , но T_1 увеличивается быстрее. Возрастание T_1 приводит к тому, что после критического значения этого параметра симметричная часть матрицы скоростных коэффициентов может стать отрицательно определенной, что вызывает потерю устойчивости равновесия системы. К этому же эффекту приводит и увеличение так называемого отрицательного коэффициента трения при рассмотрении кинетической характеристики процесса. Кроме этого, вариации матриц скоростных коэффициентов связаны с вариациями матриц динамической жесткости процесса резания. Известно, что кососимметричные составляющие матриц динамической жесткости процесса резания также влияют на устойчивость системы.

Анализ показывает, что матрицы скоростных коэффициентов, формируемые линеаризованной динамической характеристикой процесса резания, оказывают сложное влияние на устой-

чивость равновесия системы. Однако общая тенденция такова: по мере увеличения запаздывающих аргументов в динамической системе резания возрастает склонность к потере устойчивости равновесия. Подчеркнем, что падающая характеристика зависимости сил резания по мере увеличения скорости принципиально вызывает эффекты, аналогичные уже рассмотренным.

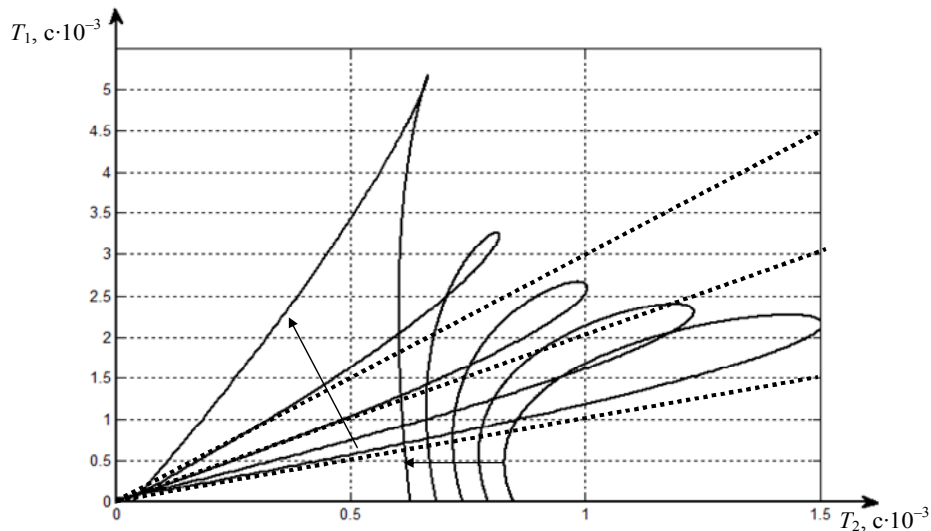


Рис. 3. Области устойчивости в плоскости T_1, T_2 при значениях $c^p_{2,1} = 0$ кг/мм, $c^p_{2,2} = 0$ кг/мм, $c^p_{1,2} = 1000$ кг/мм, $c^p_{1,1} = [500, 400, 300, 200, 100]$ кг/мм. Уменьшению $c^p_{1,1}$ соответствует преобразование областей по направлению стрелки

Анализ областей устойчивости в плоскости варьируемых параметров технологических режимов обработки. Для практических приложений важно определить области устойчивости не в параметрическом пространстве линейризованной динамической характеристики процесса резания, а в пространстве технологических режимов. В данном случае имеют значение два параметра: глубина резания t_p и скорость V_p . В традиционной схеме отработки принято, что величина подачи на порядок меньше, чем глубина, а варьирование подачи практически не влияет на устойчивость процесса. Можно представить параметры матриц скоростных коэффициентов и динамической жесткости процесса резания в технологических режимах [1 – 3]

$$\begin{cases} c_{1,1}^{(p)} = \rho_1 b = \rho_1 \frac{t_p}{\sin(\phi)}; c_{1,2}^{(p)} = \rho_2 b = \rho_2 \frac{t_p}{\sin(\phi)}, \\ h_{1,1}^{(p)} = -\frac{l_1}{V_p} \rho_1 \frac{t_p}{\sin(\phi)}; h_{2,1}^{(p)} = -\frac{l_2}{V_p} \rho_1 \frac{t_p}{\sin(\phi)}, \end{cases} \quad (12)$$

где ρ_1, ρ_2 – коэффициенты, характеризующие давление стружки на переднюю поверхность, спроектированное на направления X_1 и X_2 , кг/мм²; l_1 и l_2 – путь резания, необходимый для установления нового стационарного состояния системы резания при изменении деформационного смещения X_1 ; ϕ – главный угол режущего инструмента в плане.

Определим характеристический полином системы

$$\Delta(p) = \begin{bmatrix} m_{1,1}p^2 + \left(h_{1,1} - \frac{l_1}{v} \rho_1 \frac{t_p}{\sin \phi} \right) p + c_{1,1} + \rho_1 \frac{t_p}{\sin \phi} & h_{2,1}p + c_{2,1} \\ \left(h_{1,2} - \frac{l_2}{v} \rho_2 \frac{t_p}{\sin \phi} \right) p + c_{1,2} + \rho_2 \frac{t_p}{\sin \phi} & m_{2,2}p^2 + h_{2,2}p + c_{2,2} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Перейдя в частотную область после замены $p = j\omega$ (13), получим систему для вычисления фигуративной линии в плоскости $t_p - V_p$

$$\begin{cases} A(\omega) + \frac{t_p}{V_p} a_1(\omega) + t_p a_2(\omega) = 0, \\ B(\omega) + \frac{t_p}{V_p} b_1(\omega) + t_p b_2(\omega) = 0, \end{cases} \quad (14)$$

где $A(\omega) = m_{1,1}m_{2,2}\omega^4 - (c_{1,1}m_{2,2} + h_{1,1}h_{2,2} + m_{1,1}c_{2,2} - h_{1,2}h_{2,1})\omega^2 + c_{1,1}c_{2,2} - c_{1,2}c_{2,1}$;

$$a_1(\omega) = (l_1\rho_1h_{2,2} - l_2\rho_2h_{2,1})\frac{\omega^2}{\sin\phi}; \quad a_2(\omega) = (\rho_1c_{2,2} - \rho_2c_{2,1} - \rho_1m_{2,2}\omega^2)\frac{1}{\sin\phi};$$

$$B(\omega) = -(h_{1,1}m_{2,2} + m_{1,1}h_{2,2})\omega^3 + (c_{1,1}h_{2,2} + h_{1,1}c_{2,2} - c_{1,2}h_{2,1} - h_{1,2}c_{2,1})\omega;$$

$$b_1(\omega) = (l_1\rho_1m_{2,2}\omega^2 - l_1\rho_1c_{2,2} + l_2\rho_2c_{2,1})\frac{\omega}{\sin\phi}; \quad b_2(\omega) = (\rho_1h_{2,2} - \rho_2h_{2,1})\frac{\omega}{\sin\phi}.$$

Приведем пример (рис. 4) границы областей устойчивости для системы, параметры которой приведены в таблице, а параметры, связывающие технологические режимы с динамическими параметрами связи, формируемой процессом резания, соответствуют $\rho_1 = 100 \text{ кг/мм}^2$; $\rho_2 = 200 \text{ кг/мм}^2$; $l_1 = 0,9 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$; $l_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$.

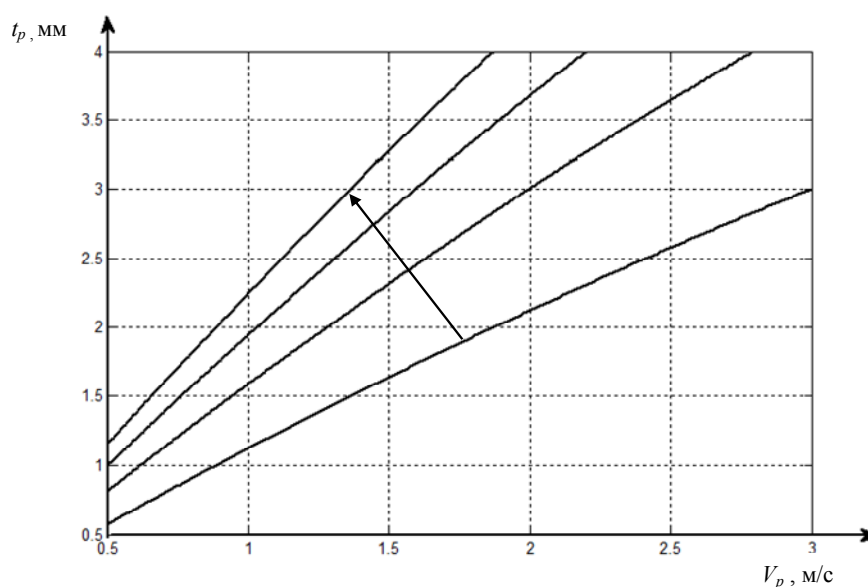


Рис. 4. Изменение области устойчивости в плоскости технологических параметров при изменении угла $\phi = \{30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ\}$.
Увеличению угла ϕ соответствует преобразование фигуративных линий по стрелке

Получена достаточно простая зависимость, соответствующая практическому опыту экспериментального анализа устойчивости процесса резания. Во-первых, для каждой скорости резания и геометрии инструмента существует предельное значение припуска, при котором система устойчива. Во-вторых, по мере увеличения скорости резания возрастает предельное значение величины припуска. В-третьих, с уменьшением угла ϕ , влияющего на ширину срезаемого слоя, предельное значение глубины резания уменьшается. Кроме этого, на границы области устойчивости оказывают влияние все геометрические параметры инструмента, от которых зависит ориентация сил резания в пространстве.

Заключение. Матрицы скоростных коэффициентов динамической связи, формируемой процессом резания, имеют элементы, которые, с одной стороны, обуславливаются запаздывающими аргументами, моделирующими запаздывание сил резания при изменении упругих деформационных смещений инструмента относительно заготовки, с другой – падающей характеристикой зависимости сил от скорости резания. Эти два фактора определяют матрицы скоростных коэффициентов динамической связи, формируемой процессом резания, для малых вариаций упругих деформационных смещений относительно точки равновесия. Эти матрицы не являются симметричными. Поэтому в вариациях относительно точки равновесия суммарная матрица скоростных коэффициентов представляется в виде симметричной и кососимметричной составляющих. Последние определяют формируемые естественным образом гироскопические силы. Однако на потерю устойчивости главное влияние оказывает вид симметричной составляющей матрицы скоростных коэффициентов, которая должна быть положительно определенной. Это необходимое условие устойчивости, которое является достаточным, если матрица упругости является симметричной и положительно определенной.

Выполненные исследования позволили в параметрическом пространстве системы резания определить области устойчивости. Эти области рассмотрены и в пространстве технологических режимов, что имеет большое значение для проектирования технологических процессов обработки материалов резанием.

Библиографический список

1. Синергетический системный синтез управляемой динамики металлорежущих станков с учетом эволюции связей / В.Л. Заковоротный [и др.]. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2008. – 324 с.
2. Заковоротный В.Л. Моделирование деформационных смещений инструмента относительно заготовки при точении / В.Л. Заковоротный, Д.Т. Фам, С.Т. Нгуен // Вестн. Донск. гос. техн. ун-та. – 2010. – Т. 10. – № 7. – С. 1005–1015.
3. Заковоротный В.Л. Моделирование и идентификация инерционных и диссипативных свойств подсистем режущего инструмента и заготовки при точении / В.Л. Заковоротный, Д.Т. Фам, С.Т. Нгуен // Вестн. Донск. гос. техн. ун-та. – 2010. – Т. 10. – № 8. – С. 1165–1178.
4. Бухгольц Н.Н. Основы курса теоретической механики / Н.Н. Бухгольц. – М.: Наука, 1972. – Ч. II. – 386 с.
5. Мурашкин Л.С. Прикладная нелинейная механика станков / Л.С. Мурашкин, С.Л. Мурашкин. – Л.: Машиностроение, 1971. – 192 с.
6. Васильков Д.В. Динамика технологической системы механической обработки / Д.В. Васильков, В.Л. Вейц, В.С. Шевченко. – СПб.: ТОО «Инвентекс», 1997. – 230 с.
7. Вейц В.Л. Динамика технологических систем / В.Л. Вейц, Д.В. Васильков, Ю.М. Зубарев. – СПб.: Изд-во С.-Петербург. ин-та машиностроения, 2002. – 256 с.
8. Кудинов В.А. Динамика станков / В.А. Кудинов. – М.: Машиностроение, 1967. – 360 с.
9. Соколовский А.П. Научные основы технологии машиностроения / А.П. Соколовский. – М.: Машгиз, 1955. – 514 с.
10. Физические основы процесса резания металлов / под ред. В.А. Остафьева. – Киев: Вища школа, 1976. – 136 с.
11. Расчет пространственных автоколебаний при резании металлов / Т.В. Путята [и др.] // Вестн. машиностроения. – 1975. – Вып. 12.

Материал поступил в редакцию 24.06.11.

References

1. Sinergeticheskij sistemny`j sintez upravlyaemoj dinamiki metallovezhushhix stankov s uchyotom e`volyucii svyazej / V.L. Zakovorotny`j [i dr.]. – Rostov n/D: Izdatel`skij centr DGTU, 2008. – 324 s. – In Russian.
2. Zakovorotny`j V.L. Modelirovanie deformatsionny`x smeshhenij instrumenta odnositel`no zagotovki pri tochenii / V.L. Zakovorotny`j, D.T. Fam, S.T. Nguen // Vestn. Donsk. gos. texn. un-ta. – 2010. – T. 10. – # 7. – S. 1005–1015. – In Russian.
3. Zakovorotny`j V.L. Modelirovanie i identifikaciya inercionny`x i dissipativny`x svojstv podsystem rezhushhego instrumenta i zagotovki pri tochenii / V.L. Zakovorotny`j, D.T. Fam, S.T. Nguen // Vestn. Donsk. gos. texn. un-ta. – 2010. – T. 10. – # 8. – S. 1165–1178. – In Russian.
4. Buxgol`cz N.N. Osnovnoj kurs teoreticheskoj mexaniki / N.N. Buxgol`cz. – M.: Nauka, 1972. – Ch. II. – 386 s. – In Russian.
5. Murashkin L.S. Prikladnaya nelinejnaya mexanika stankov / L.S. Murashkin, S.L. Murashkin. – L.: Mashinostroenie, 1971. – 192 s. – In Russian.
6. Vasil`kov D.V. Dinamika texnologicheskij sistemy` mexanicheskij obrabotki / D.V. Vasil`kov, V.L. Vejcz, V.S. Shevchenko. – SPb.: TOO «Inventeks», 1997. – 230 s. – In Russian.
7. Vejcz V.L. Dinamika texnologicheskix sistem / V.L. Vejcz, D.V. Vasil`kov, Yu.M. Zubarev. – SPb.: Izdvo S.-Peterb. in-ta mashinostroeniya, 2002. – 256 s. – In Russian.
8. Kudinov V.A. Dinamika stankov / V.A. Kudinov. – M.: Mashinostroenie, 1967. – 360 s. – In Russian.
9. Sokolovskij A.P. Nauchny`e osnovy` texnologii mashinostroeniya / A.P. Sokolovskij. – M.: Mashgiz, 1955. – 514 s. – In Russian.
10. Fizicheskie osnovy` processa rezaniya metallov / pod red. V.A. Ostaf`eva. – Kiev: Vy`shha shkola, 1976. – 136 s. – In Russian.
11. Raschyot prostranstvenny`x avtokolebanij pri rezanii metallov / T.V. Putyata [i dr.] // Vestn. mashinostroeniya. – 1975. – Vy`p. 12. – In Russian.

HIGH-SPEED COUPLING EFFECT ON STATIC STABILITY OF DYNAMIC CUTTING SYSTEM

V.L. ZAKOVOROTNIY, PHAM DINH TUNG, NGUYEN XUAN CHIEM

(Don State Technical University)

The problem of buckling failure of the dynamic cutting system is considered. The retarded argument effect formed in the tool-to-workpiece cutting force dependencies on the elastic deformational displacement is mainly focused. Some buckling mechanisms are revealed. The stability zones within the variable parameters that characterize the retarded arguments are analyzed.

Keywords: cutting operation, stability, high-speed coupling.