

## МЕХАНИКА

УДК 625.768.5:531.3

**А.В. КОРЧАГИН**

### **ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АЭРОДРОМНОЙ УБОРОЧНОЙ МАШИНЫ**

*Разработана математическая модель аэродромной уборочной машины, снабжённой снегоочистительным отвалом и вращающимся барабанным щёточным устройством. Произведен анализ этой модели и оптимизация её параметров с целью обеспечения качественной очистки аэродромного покрытия.*

**Ключевые слова:** динамическая модель, уборочная машина, поверхность аэродрома.

**Введение.** Для обеспечения качественной очистки аэродромного покрытия уборочная машина должна работать в режиме копирования поверхности этого покрытия. Это гарантирует безотрывное движение рабочих органов и выполнение ими заданных функций. Важным моментом построения математической модели машины является выбор эквивалентной схемы, отражающей степень идентичности модели реальному объекту.

**Постановка задачи.** Задачей исследования является создание математической модели машины, эквивалентной реальному объекту, анализ этой модели и оптимизация её параметров с целью обеспечения качественной очистки аэродромного покрытия.

**Решение задачи.** На рис.1 представлена модель аэродромной уборочной машины, которая состоит из тягача и шарнирно присоединённого к нему полуприцепа. Впереди машины установлен снегоочистительный отвал для предварительной очистки покрытия от снега. На полуприцепе машины установлен параллелограммный механизм с вращающимся барабанным щёточным устройством, производящим окончательную зачистку поверхности аэродрома от снега.

Для обеспечения качественной очистки аэродромного покрытия уборочная машина должна работать в режиме копирования поверхности этого покрытия. Щёточное устройство (далее - барабан) закреплено на заднем звене параллелограммного механизма, опирающегося на пневматические колёса, которые для обеспечения копирования должны соприкасаться с поверхностью аэродромного покрытия.

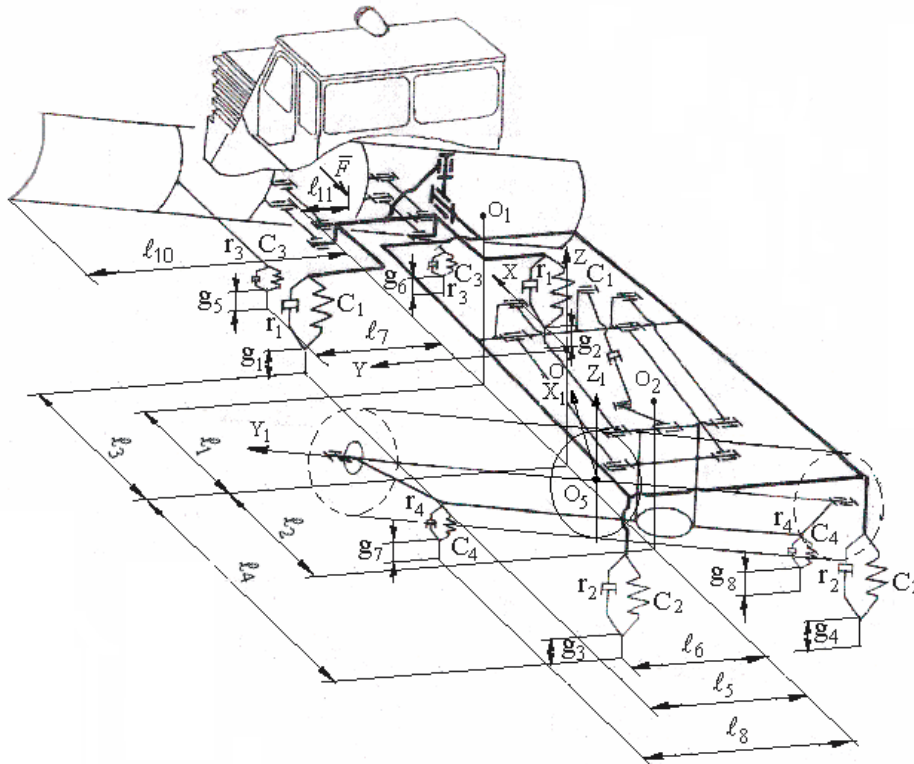


Рис. 1. Схема уборочной машины

При составлении модели использованы уравнения Лагранжа с неопределёнными множителями с дополнительными голономными связями.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} + \frac{\partial \Phi}{\partial q_j} - \sum_{\mu=1}^m \lambda_{\mu} \frac{\partial F_{\mu}}{\partial q_j} = Q_j, \quad (1)$$

где  $q_j$  – обобщенные координаты системы;  $T$  и  $\Pi$  – соответственно кинетическая и потенциальная энергия системы;  $\Phi$  – диссипативная функция системы;  $Q_j$  – обобщенные силы системы;  $F_{\mu}$  – дополнительные голономные связи копирования, налагаемые на систему.

В статье приняты следующие обозначения:  $l_i$  – линейные размеры;  $g_i$  – высоты неровностей поверхности;  $r_1, r_2, r_3, r_4$  – соответственно коэффициенты сопротивлений шин ведущих и управляемых колес машины, систем навески и опорных колёс отвала и барабана;  $C_1, C_2, C_3, C_4$  – соответственно коэффициенты жёсткости шин ведущих и управляемых колёс машины, систем навески и опорных колёс отвала и барабана;  $F_x, F_y, F_z$  – проекции силы сопротивления  $\bar{F}$ , приложенной к отвалу на соответствующие оси координат;  $M_c$  – момент сил сопротивления, приложенных к вращающемуся барабану;  $M_{BP}$  – вращающий момент, приложенный к барабану;  $m_1$  – масса тягача;  $m_2$  – масса полуприцепа;  $m_3$  – масса отвала;  $m_4$  –

масса рамы барабана;  $m_5$  – масса барабана;  $J_{1x}, J_{1y}$  – центральные моменты инерции тягача относительно соответствующих осей;  $J_{2x}, J_{2y}$  – центральные моменты инерции полуприцепа относительно соответствующих осей;  $J_{3x}, J_{4x}$  – центральные моменты инерции отвала и рамы барабана относительно оси ОХ;  $J_{y1}$  – осевой момент инерции барабана относительно главной центральной оси  $O_5Y_1$ ;  $J_5$  – осевой момент инерции барабана относительно главных центральных осей  $O_5X_1$  и  $O_5Z_1$ ;  $h$  – смещение центра инерции барабана от оси вращения;  $\delta$  – угол отклонения главной центральной оси от оси вращения барабана;  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – соответственно углы установки отвала и барабана к поперечной оси машины.

Движение колебательной системы рассматривается относительно инерциальной системы координат, движущейся поступательно, прямолинейно и равномерно, направление оси Ох которой совпадает с направлением вектора скорости движения машины.

Введём обобщённые координаты  $q_j$  ( $j=1..9$ ) следующим образом:

$q_1 = z_1$  – вертикальное колебание тягача и полуприцепа;  $q_2 = \varphi_1$  – угловые колебания тягача и полуприцепа относительно поперечной оси;  $q_3 = \varphi_2$  – угловые колебания тягача относительно продольной оси;  $q_4 = \varphi_3$  – угловые колебания полуприцепа относительно продольной оси;  $q_5 = z_2$  – вертикальные колебания отвала;  $q_6 = \varphi_4$  – угловые колебания отвала в вертикальной плоскости;  $q_7 = z_3$  – вертикальные колебания барабана;  $q_8 = \varphi_5$  – угловые колебания барабана в вертикальной плоскости;  $q_9 = \varphi$  – угол поворота барабана относительно собственной оси вращения.

В режиме копирования рабочими органами машины (отвалом и барабаном) на систему накладываются дополнительные голономные связи – связи копирования, которые вынуждают рабочие органы двигаться по поверхности аэродромного покрытия без отрыва:

$$F_1 = g_5 = z_2 + \varphi_2 l_{10} + \varphi_4 l_{10}; \quad F_2 = g_6 = z_2 - \varphi_2 l_{10} - \varphi_4 l_{10};$$

$$F_3 = g_7 = z_3 + (\varphi_3 + \varphi_5) l_8; \quad F_4 = g_8 = z_3 - (\varphi_3 + \varphi_5) l_8.$$

Используя связи копирования, исключаем из системы четыре обобщённые координаты:

$$z_2 = \frac{g_5 + g_6}{2}; \quad \varphi_4 = \frac{g_5 - g_6}{2l_{10}} - \varphi_2; \quad z_3 = \frac{g_7 + g_8}{2}; \quad \varphi_5 = \frac{g_7 - g_8}{2l_8} - \varphi_3.$$

Подставив выражения для кинетической, потенциальной энергий системы, диссипативной функции и обобщённых сил в уравнения Лагранжа (1), после преобразования получим систему дифференциальных уравнений, адекватно описывающую динамику рассматриваемой системы:

$$j=1$$

$$(m_1 + m_2) \ddot{z}_1 + 2(r_1 + r_2) \dot{z}_1 + 2(C_1 + C_2) z_1 + 2(r_2 l_4 - r_1 l_3) \dot{\varphi}_1 + 2(C_2 l_4 - C_1 l_3) \varphi_1 - r_1(\dot{g}_1 + \dot{g}_2) - r_2(\dot{g}_3 + \dot{g}_4) - C_1(g_1 + g_2) - C_2(g_3 + g_4) = 0.$$

$j=2$

$$(J_{1y} + J_{2y} + J_{3x})\ddot{\varphi}_1 + 2(r_1l_3^2 + r_2l_4^2)\dot{\varphi}_1 + 2(C_1l_3^2 + C_2l_4^2)\varphi_1 - J_{3x}\ddot{\varphi}_2 + 2(r_2l_4 - r_1l_3)\dot{z}_1 + 2(C_2l_4 - C_1l_3)z_1 + J_{3x}\frac{\ddot{g}_5 - \ddot{g}_6}{2l_{10}} + r_1l_3(\dot{g}_1 + \dot{g}_2) - r_2l_4(\dot{g}_3 + \dot{g}_4) + C_1l_3(g_1 + g_2) - C_2l_4(g_3 + g_4) = 0.$$

$j=3$

$$J_{1x}\ddot{\varphi}_2 + 2r_1l_5^2\dot{\varphi}_2 + 2C_1l_5^2\varphi_2 + C_3l_7\left[(g_6 - g_5)\left(1 - \frac{l_7}{l_{10}}\right)\right] + r_1l_5(\dot{g}_2 - \dot{g}_1) + r_3l_7(\dot{g}_6 - \dot{g}_5) + r_3\frac{l_7^2}{l_{10}}(\dot{g}_5 - \dot{g}_6) - C_1l_2(g_2 - g_1) - \lambda_1l_{10} + \lambda_2l_{10} - F_zl_{11} = 0.$$

$j=4$

$$J_{2x}\ddot{\varphi}_3 + (J_{y1} + J_5)\ddot{\varphi}\delta\cos(\gamma_2)\cos(\varphi) - 2J_{y1}\frac{\dot{g}_7 - \dot{g}_8}{2l_8}\cos^2(\gamma_2)\delta^2\dot{\varphi}\cos(\varphi)\sin(\varphi) - (J_{y1} + J_5)\delta\dot{\varphi}^2\cos(\gamma_2)\sin(\varphi) + J_{y1}\frac{\ddot{g}_7 - \ddot{g}_8}{2l_8}\cos^2(\gamma_2)\delta^2\cos^2(\varphi) + (J_5\cos(\gamma_2) + J_{4x})\frac{\ddot{g}_7 - \ddot{g}_8}{2l_8} + r_2l_6(\dot{g}_4 - \dot{g}_3) + C_2l_6(g_4 - g_3) - \lambda_3l_8 + \lambda_4l_8 = 0.$$

$j=5$

$$m_3\frac{\ddot{g}_5 - \ddot{g}_6}{2} - \lambda_1 - \lambda_2 + F_z = 0.$$

$j=6$

$$J_{3x}\ddot{\varphi}_1 - J_{3x}\ddot{\varphi}_2 + J_{3x}\frac{\ddot{g}_5 - \ddot{g}_6}{2l_{10}} + r_3l_7\left(\dot{g}_6 - \dot{g}_5 + \frac{\dot{g}_5 - \dot{g}_6}{l_{10}}l_7\right) + C_3l_7\left(g_6 - g_5 + \frac{g_5 - g_6}{l_{10}}l_7\right) - \lambda_1l_{10} + \lambda_2l_{10} - F_zl_{11} = 0.$$

$j=7$

$$m_5h\cos(\varphi)\ddot{\varphi} - m_5h\sin(\varphi)\dot{\varphi}^2 + (m_4 + m_5)\frac{\ddot{g}_7 + \ddot{g}_8}{2} - 2r_4(\dot{g}_7 + \dot{g}_8) - 2C_4(g_7 + g_8) - \lambda_3 - \lambda_4 = 0.$$

$j=8$

$$(J_{y1} + J_5)\delta\cos(\gamma_2)\cos(\varphi)\ddot{\varphi} - 2J_{y1}\frac{\dot{g}_7 - \dot{g}_8}{2l_8}\cos^2(\gamma_2)\delta^2\dot{\varphi}\sin(\varphi)\cos(\varphi) + J_5\frac{\ddot{g}_7 - \ddot{g}_8}{2l_8}\cos^2(\gamma_2) - (J_{y1} + J_5)\delta\cos(\gamma_2)\dot{\varphi}^2\sin(\varphi) + J_{y1}\frac{\ddot{g}_7 - \ddot{g}_8}{2l_8}\cos^2(\gamma_2)\delta^2\cos^2(\varphi) + J_{4x}\frac{\ddot{g}_7 - \ddot{g}_8}{2l_8} - \lambda_3l_8 + \lambda_4l_8 = 0.$$

$$j = 9$$

$$(m_5 h^2 + J_{y1} + J_5 \delta^2) \ddot{\varphi} + m_5 h \cos(\varphi) \frac{\ddot{g}_7 + \ddot{g}_8}{2} + (J_{y1} + J_5) \frac{\ddot{g}_7 - \ddot{g}_8}{2l_8} \delta \cos(\gamma_2) \cos(\varphi) + J_{y1} \left( \frac{\dot{g}_7 - \dot{g}_8}{2l_8} \right)^2 \cos^2(\gamma_2) \delta^2 \cos(\varphi) \sin(\varphi) - M_{BP} + M_C = 0.$$

Для проведения исследований использована система MATLAB7.0.1 и её подсистема моделирования динамических процессов Simulink. Решение системы уравнений 1, 2, 3, 5, 6 производим с использованием блока Differential Equation Editor. Схема модели приведена на рис. 2, а результаты решения на рис. 3.

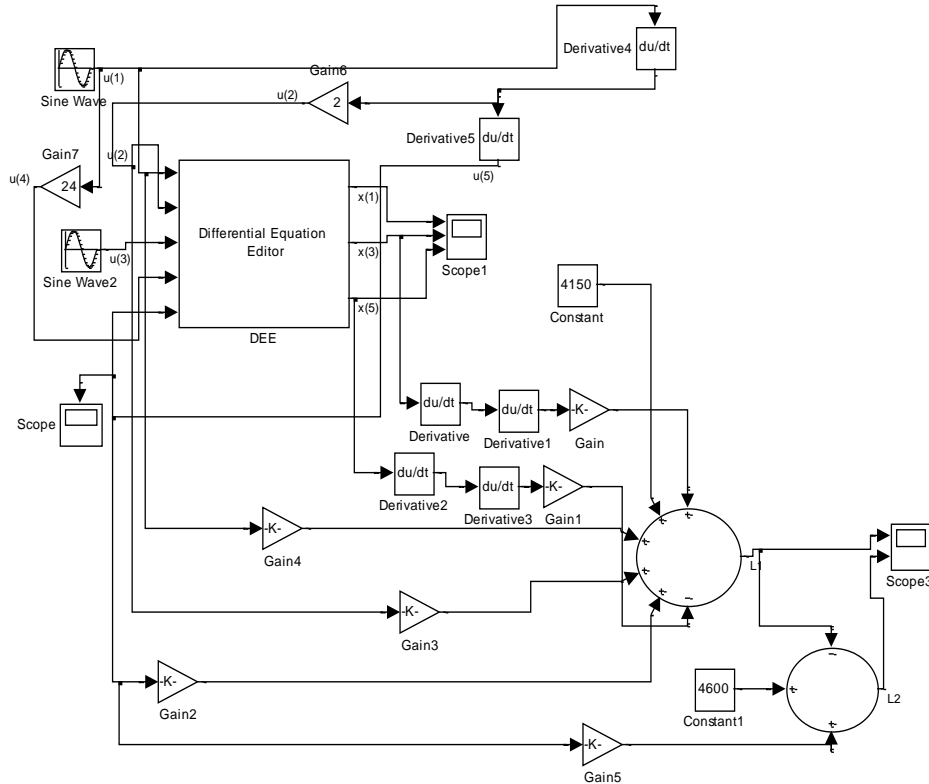


Рис. 2. Схема модели

На рис.3,а кривая отображает вертикальные колебания машины; на рис.3,б,в кривые – угловые колебания машины относительно продольной и поперечных осей; на рис.3,г,д кривые отображают значения  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  - реакций опорной поверхности на копирующие колёса отвала.

Результаты исследования показывают, что неровности копируемой поверхности вызывают колебания рабочего органа - отвала. Эти колебания приводят к изменению величины опорных реакций на копирующих колёсах отвала. Минимальное значение опорной реакции значительно меньше статической нагрузки (от силы тяжести) на опорных колёсах. Это гарантирует безотрывное движение рабочего органа и выполнение им заданных функций.

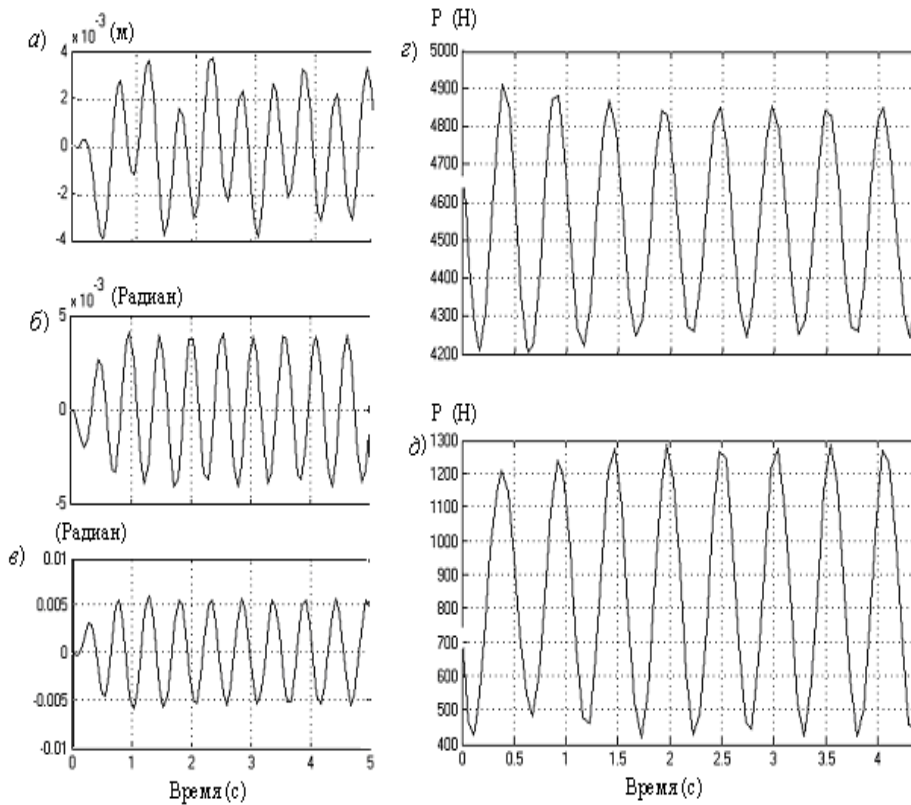


Рис.3. Результаты решения системы уравнений

Для оптимизации параметров щётчного барабана использованы уравнения 7, 8, 9. В результате решения уравнения 9 получена зависимость угловой скорости  $\omega$  вращения щётчного барабана от времени. Вид этой зависимости показан на рис. 4. Прямая ОА (см. рис.4) соответствует разгону ротора без рабочей нагрузки, точка А соответствует моменту включения рабочей нагрузки (щёточный барабан опускается в рабочее положение), кривая АВ характеризует переходной процесс, а далее вращение барабана происходит с установившейся угловой скоростью.

Привод щётчного барабана осуществляется гидромотором, имеющим крутую характеристику (большим изменениям нагрузки соответствуют малые изменения угловой скорости). Значение вращающего момента взято из характеристики гидромотора. Значение момента  $M_c$  сопротивления зависит от величины угловой скорости  $\omega$  и имеет вид:

$$M_c = M + k\omega,$$

где  $M$  - постоянная составляющая момента сопротивления;  $k$  - постоянный коэффициент. По результатам исследований  $M=5$  Нм,  $k=17$  Нмс.

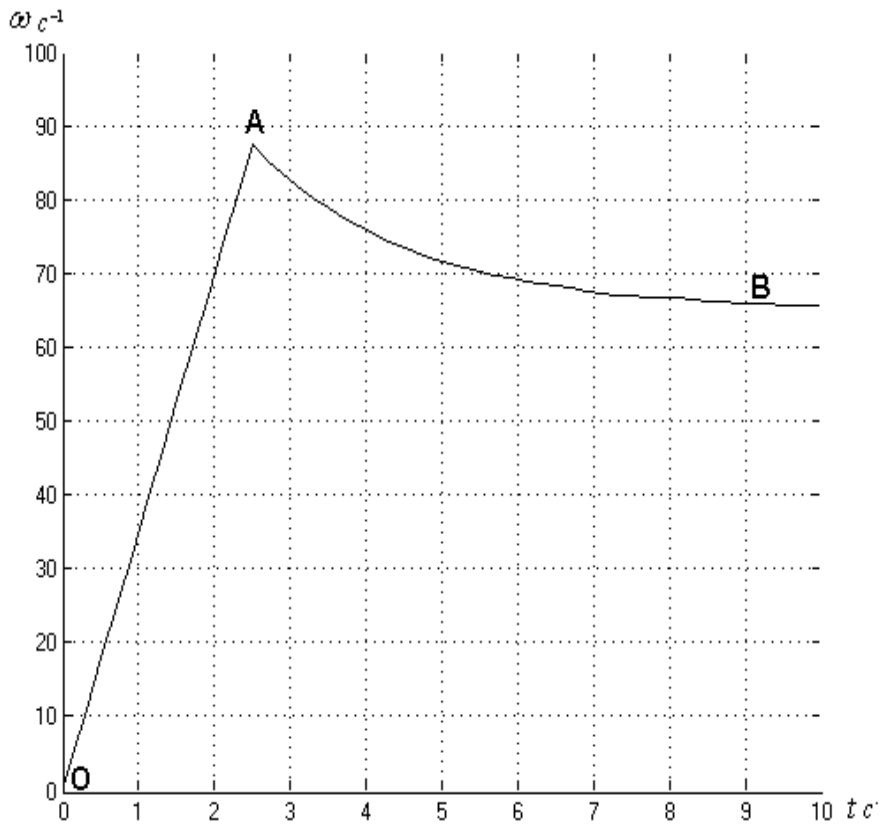


Рис.4. Зависимость угловой скорости  $\omega$  вращения от времени  $t$

Из уравнений 7 и 8 находим значения  $\lambda_3$  и  $\lambda_4$ , характеризующие величину динамических реакций копирующих колёс щётчного устройства. Результаты решения показывают, что величина опорных реакций копирующих колёс определяется параметрами, характеризующими степень балансировки барабана:  $h$  - величина смещения центра масс барабана от оси его вращения,  $\delta$  - угол отклонения главной центральной оси барабана от оси вращения.

На рис. 5,а приведены усилия на копирующих колёсах при сбалансированном барабане ( $h=0$ ,  $\delta=0$ ) для разных скоростей движения машины. Величина динамических реакций, вызванных неровностями копируемой поверхности, возрастает с увеличением скорости движения машины.

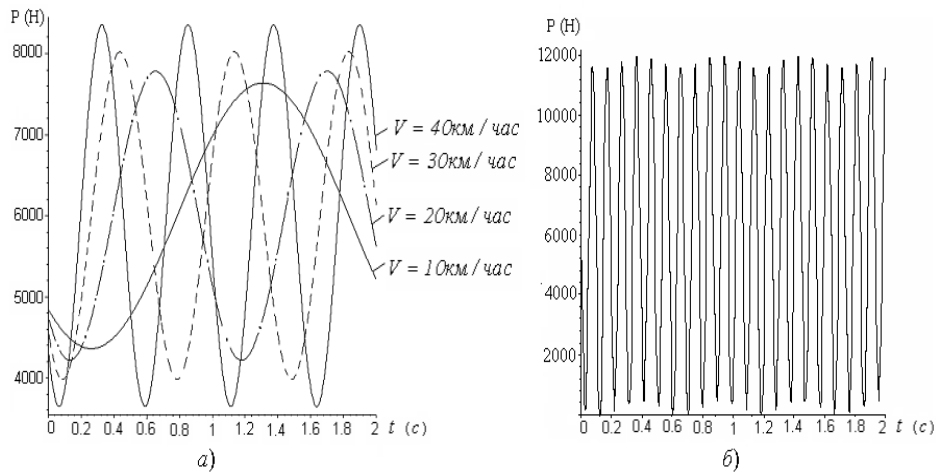


Рис.5. Динамические реакции копирующих колёс

Размах колебаний динамических реакций при максимальном значении амплитуды возмущающего воздействия составляет 4000Н, что значительно меньше статического усилия - силы тяжести, приходящейся на опорное колесо. Однако при недостаточно сбалансированном барабане эти усилия могут достигать больших значений, превышающих величину силы тяжести. Необходимым условием копирования является положительное значение реакции на копирующем колесе. Исходя из этого условия могут быть определены максимально допустимые значения параметров  $h$  и  $\delta$ .

На рис.5,б приведено значение усилий на опорных колёсах не полностью сбалансированного барабана:  $\delta = 0.4$  градуса,  $h = 0.004\text{м}$ . Эти значения вычислены для скорости движения машины 40 км/ч. При таких значениях дисбаланса барабана, как видно из графика (см. рис.5,б), условия копирования выполняются (минимальное значение опорной реакции положительное). При превышении указанных пределов одного из параметров  $\delta$  или  $h$  минимальное значение опорной реакции становится меньше нуля и условия копирования нарушаются.

**Выводы.** Получены уравнения, являющиеся математическим описанием динамики рассматриваемой колебательной системы. На вход системы подаются возмущающие воздействия со стороны неровностей очищаемой поверхности и сил сопротивления, а также воздействия от неуравновешенности барабана. На выходе присутствуют неопределённые множители Лагранжа, значения которых использованы для математического формулирования критерия оптимизации системы.

Проведен анализ математической модели машины и оптимизация её параметров. В результате анализа этой модели установлено, что снегоочистительный отвал выполняет заданный технологический процесс очист-



ки на скорости движения машины до 40 км/ч. При этом величина динамических реакций на копирующих колесах, возрастающая с увеличением скорости движения машины, остаётся в допустимых пределах. Выполненная оптимизация параметров исследуемой модели позволила установить предельные значения параметров дисбаланса щеточного барабана для работы на скорости до 40 км/ч.

Материал поступил в редакцию 19.12.05.

A.V. KORCHAGIN

### **RESEARCH OF DYNAMIC MODEL AIR FIELD HARVESTER**

The mathematical model of the air field harvester supplied with the device for clearing of a snow and the rotating drum with a brush is developed. The analysis of this model and optimization of parameters is made with the purpose of maintenance of qualitative clearing an air field covering.

**КОРЧАГИН Алексей Валерьевич** (р.1981), аспирант кафедры «Теоретическая механика» ДГТУ. Окончил ДГТУ (2003) по специальности «Сервис и техническая эксплуатация транспортных и технологических машин и оборудования (автомобильный транспорт)».

Область научных интересов: динамика механических систем.

Имеет 2 научные публикации.